

Biomeccanica II

Lez. BM3

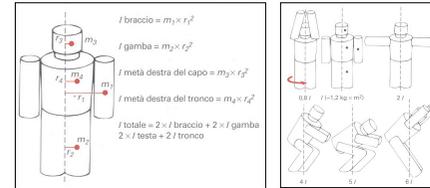
Giovedì 16 Aprile 2009 14:15:30

Luca P. Ardigo

$$I = mr^2$$

Il momento d'inerzia di un corpo è la somma degli I di tutti i segmenti che formano quel corpo, ne consegue che il corpo umano assume valori di I diversi a seconda delle posizioni spaziali assunte dai segmenti corporei

Mentre la massa è una caratteristica intrinseca dei corpi, il momento di inerzia dipende sia dall'asse di rotazione e sia dalla distribuzione delle masse (da r : se apro le braccia I aumenta, se le avvio alla linea di gravità I diminuisce)



Position	Somersault	Cartwheel	Twist
Layout	12.55	15.09	3.83
Open pike (arms out to side)	8.38	8.98	4.79
Closed pike (fingers touching toes)	8.65	6.60	3.58
Tuck	4.07	4.42	2.97

Raccogliendo o distendendo il corpo le ruotando attorno ad assi diversi un ginnasta può variare il momento di inerzia e quindi modificare la sua velocità angolare. Le altre forze in gioco sono quella di gravità (che però è applicata al cm e quindi non genera un momento) e gli attriti (che però si trascurano)

Asse antero-posteriore: **capriola**
 Asse frontale: **ruota laterale**
 Asse longitudinale: **torsione**

Figure 2.13 The three axes of the human body.

Segment	Somersault	Cartwheel	Twist
Head	0.0164	0.0171	0.0201
Trunk	1.0876	1.0194	0.3785
Upper arm	0.0131	0.0131	0.0022
Forearm	0.0065	0.0067	0.0009
Hand	0.0008	0.0008	0.0002
Thigh	0.1157	0.1157	0.0024
Leg	0.0162	0.0161	0.0029
Foot	0.0030	0.0034	0.0007

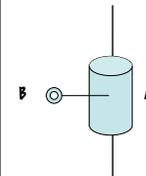
Così come nel caso del corpo "intero" anche i singoli segmenti corporei hanno momenti di inerzia diversi a seconda degli assi attorno ai quali ruotano. I dati possono essere "rassemblati" da cadaveri oppure da modelli matematici dove il corpo è diviso in componenti geometriche: per essere "personalizzati" richiedono solo l'altezza e la circonferenza "media" dei segmenti di quell'individuo. ci sono modelli sofisticati che tengono anche conto delle diverse densità tra segmenti e all'interno dello stesso segmento.

Ovviamente il momento di inerzia dipende dalle dimensioni dei soggetti

Study	Subjects	Axis of rotation	Equation (I in body mass, kg; H is body height, m; P is multiple coefficient of correlation)
Rehder (1973) (cited in Zatsiorsky, Svirin, and Schachele 1981)	Adult men	Frontal	$I = 0.0438H^2$
Matsuo et al. 1995	Adolescent boys	Anteroposterior	$I_x = 3.44H^2 + 0.141W - 8.04$ ($R^2 = 0.973$)
		Frontal	$I_y = 3.52H^2 + 0.129W - 7.79$ ($R^2 = 0.973$)
Matsuo and Fukunaga 1995	Female athletes	Anteroposterior	$I_x = 4.04H^2 + 0.142W - 10.0$ ($R^2 = 0.981$)
		Frontal	$I_y = 4.01H^2 + 0.138W - 8.8$ ($R^2 = 0.979$)

La massa è proporzionale a L^3 , dato che il momento di inerzia è proporzionale a L^2 ($I = m r^2$), il momento di inerzia è proporzionale a L^5 : piccole differenze nelle dimensioni corporee corrispondono a grandi differenze di momento di inerzia

La forza di gravità è applicata al centro di massa del segmento (che dista tot dall'asse di rotazione) (ad esempio un'articolazione)
 le forze inerziali sono applicate ad una distanza dall'asse di rotazione (ad esempio un'articolazione) pari al raggio di girazione
NON SONO LA STESSA COSA



Un corpo rigido può essere considerato come un punto di massa m (e alla massa del corpo) localizzato ad una distanza ρ dall'asse di rotazione

I_A = momento di inerzia del corpo A rispetto al suo asse di rotazione
 I_B = momento di inerzia del punto B sempre rispetto all'asse di rotazione di A

$I = m r^2$

$\rho = \sqrt{\frac{I}{m}}$

se $I_A = I_B$ allora ρ è detto RAGGIO di girazione

$\rho = \sqrt{\frac{I}{m}}$

Il raggio di girazione

x = DISTANZA DEL CM DALL'ASSE DI ROTAZIONE

ρ = DISTANZA DELLE MASSE DAL CM (che è il nuovo asse di rotazione)

$I = m r^2$

Figure 3.5 Radius of gyration of a limb segment relative to the location of the center of mass of the original system.

Il raggio di girazione dice come la massa è distribuita all'interno di un corpo/di un segmento corporeo rispetto all'asse di rotazione

Le tabelle danno i raggi di girazione rispetto all'asse centrale del corpo (ad esempio della testa, del tronco, del piede rispetto all'asse anteroposteriore, frontale etc ...)

Posso conoscere il raggio di girazione rispetto ad un'asse articolare od un asse esterno al corpo usando il teorema seguente

Se si conosce il momento di inerzia di un corpo rispetto ad un asse è possibile calcolare il suo momento di inerzia rispetto ad un altro asse, parallelo al primo

Figure 14.11 According to the parallel-axis theorem, $I_{DD} = I_{AA} + mr_c^2$.

Questo è l'asse del corpo umano

Questo è l'asse del segmento corporeo

$I = I_C + m r_c^2$

Questa è la distanza tra i due assi

 $I_{DD} = I_{AA} + m r_c^2 = \frac{1}{2} m r^2 + m r_c^2$

Questo è il momento di inerzia di un cilindro lungo il suo asse maggiore

Più mi allontano dall'asse centrale più aumenta r e quindi (che devo comunque sommare a lei)

CONSERVAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE

In assenza di forze esterne (attriti) il momento angolare si conserva. A parità di massa, se L è costante, posso aumentare ω riducendo il raggio

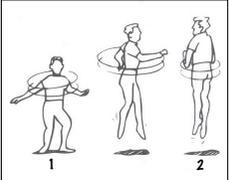
$L = I \omega$ $I \omega = m r^2 \omega$

$\Delta L = I_2 \omega_2 - I_1 \omega_1 = 0$

$I_2 \omega_2 = I_1 \omega_1$

$\omega_2 = \omega_1 \times I_1 / I_2$

Dato che I_1 è maggiore di I_2 allora $\omega_2 > \omega_1$



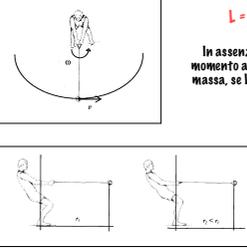
CONSERVAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE: in assenza di momenti esterni (e di attriti) il momento angolare rimane costante

$L = I \omega = m r^2 \omega = m r v_t$

In assenza di forze esterne (attriti) il momento angolare si conserva. A parità di massa, se L è costante, posso aumentare v riducendo il raggio

$v_t = \omega r$

Se sposto il corpo all'indietro si riduce la distanza fra martello e asse di rotazione (e.g. il raggio di rotazione)



Nel caso di un torque costante ... $W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M d\theta$ ← Quando il torque non è costante

Lavoro angolare
(delle sole forze tangenziali)

$W = F_t s$

$W = F_t r \theta$

$W = M \theta$

↑
Spostamento angolare

Potenza angolare
(delle sole forze tangenziali)

$P = dW/dt$

$P = M d\theta/dt$

$P = M \omega$

↑
Velocità angolare

Energia cinetica rotazionale

$E_{ki} = 1/2 m_i v_i^2$

$E_k = 1/2 I \omega^2$

Questo corpo rigido è formato da particelle di massa m_i e velocità v_i ad una distanza r_i dal centro di rotazione

$E_{ki} = 1/2 m_i v_i^2$

$v_i = r_i \omega$

$\sum E_{ki} = 1/2 (\sum m_i r_i^2) \omega^2$

$E_k = 1/2 I \omega^2$

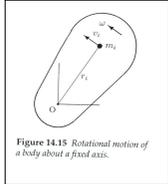


Figure 14.15: Rotational motion of a body about a fixed axis.



Figure 14.12 Knee extension.

Estensione del ginocchio:
 Misuro lo spostamento angolare con un goniometro:
 da 0 a 90° in un tempo di 0.5 s
 $90^\circ = \pi/2 = 1.57$
 La velocità angolare è costante: 3 rad/s

Il momento di inerzia della gamba rispetto al centro di rotazione del ginocchio è 92 kg m²
 Il torque prodotto dagli estensori è di 90 Nm

Calcolare l'energia cinetica angolare, il lavoro angolare e la potenza angolare (MEP)

Figure 14.18: Diagram of a lower leg with a pivot at the knee, showing angular displacement θ and time $t=0.5\text{ s}$.

Figure 14.18 Movement of the lower leg.

$E_k = 1/2 I \omega^2$	$1/2 \times 92 \times 3^2 = 414 \text{ J}$
$W = M \theta$	$90 \times 1.57 = 141 \text{ J}$
$P = M \omega$	$90 \times 3 = 270 \text{ W}$

Movimento

- Traslazione (lineare e/o curvilinea);
- rotazione; o
- roto-traslazione.

Locomozione

- Essenziali per i bisogni umani, movimento e locomozione sono necessari per una gran varietà di scopi: procurarsi cibo, colonizzare ambienti, riprodursi, fuggire pericoli, etc..

Costo metabolico ($\approx DM$)

$$C = \frac{V_{O_2} - V_{O_2,rest}}{v}$$

$$V_{Max} = f \frac{V_{O_2,Max}}{C} \quad (= f V_{O_2,Max} E)$$

(C = [ml O₂ kg⁻¹ km⁻¹] o [J kg⁻¹ m⁻¹])

Costo metabolico (2)

- In generale, i determinanti del C sono:

- 1) il lavoro meccanico (variazione di energia meccanica) relativo al movimento ($\sim AF$);
- 2) l'attività necessaria ad aumentare soprattutto respirazione e circolazione fino al livello richiesto per l'esercizio;
- 3) qualsiasi forza isometrica sviluppata per allungare elementi elastici e/o sostenere la postura;
- 4) le co-contrazioni (fino ad un certo livello, coadiuvano la stabilizzazione articolare).

Disponibili tirocini, tesi triennale e specialistica

- Bioenergetica & biomeccanica del nordic walking;
- bioenergetica & biomeccanica della locomozione acquatica;
- bioenergetica & biomeccanica dell'inline skating;
- bioenergetica & biomeccanica dell'hand-cycling;
- bioenergetica & biomeccanica del long bed rest;
- bioenergetica & biomeccanica del trekking delle alpi;

Disponibili tirocini, tesi triennale e specialistica (2)

- costo emg della locomozione;
- review dei sistemi misura portatili dell'attività fisica e del dispendio metabolico; e
- salto in lungo da fermo con masse aggiunte e allenamento.