Biomeccanica II

Lez. BM2

Mercoledì 8 Aprile 2009 14÷15:30

Luca P. Ardigò

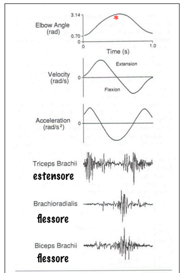


Figure 1.9 Kinematic graphs and EMG patterns for a simple extension-flexion movement of the forearm-hand segment about the elbow joint. The kinematic features of the movement are largely determined by the net muscle activity.

F = ma

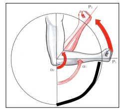
$$\underline{M} = I\,\underline{\alpha}$$

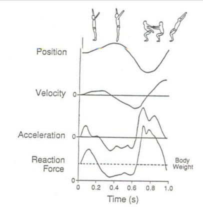
L'attività muscolare determina l'accelerazione dei segmenti e quindi la loro posizione nello spazio
vel positiva = estensione, vel negativa = flessione

Dinamica diretta e dinamica inversa

Si vede anche una piccola co-contrazione. AGONISTI E ANTAGONISTI LAVORANO ASSIEME PER STABILIZZARE L'ARTICOLAZIONE E RENDERE FLUIDO IL MOVIMENTO

* Qui l'angolo è completamente esteso: 3.14 = 180°





Note. From "Kinetic and Kinematic Characteristics of 10-m Platform Performances of Elite Divers: I. Back Takeoffs" by D.I. Miller, E. Hennig, M.A. Pizzimenti, I.C. Jones, and R.C. Nelson, 1989, *International Journal of Sport Biomechanics*, **5**, p. 66. Copyright 1989 by Human Kinetics Publishers, Inc. Adapted by permission.

Salto dal trampolino:

Il tracciato della forza (misurato con una piattaforma dinamometrica) è uguale a quello dell'accelerazione: da cui ricavo velocità e spostamento
INTEGRAZIONE

Oppure, con metodi cinematici misuro lo spostamento del cm e derivo la Forza muscolare esercitata
DERIVAZIONE

Teoricamente dovrei ottenere gli stessi risultati

Rotazione attorno ad un punto fisso (moto circolare)

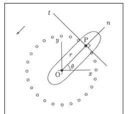


Figure 13.18 *n and t are the normal (radial) and tangential directions at point P.*

Il vettore posizione (r) è il raggio della circonferenza.
P si muove di moto circolare

Nei moti circolari conviene descrivere i vettori velocità e accelerazione rispetto a due direzioni perpendicolari tra loro (tangenziale alla circonferenza e normale alla circonferenza)

Queste si chiamano: coordinate locali

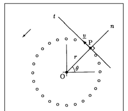


Figure 13.19 *Velocity vector $\underline{v}$ is always tangent to the path of motion.*

Per definizione il vettore velocità è sempre tangente alla circonferenza (al path of motion); QUINDI, in un moto circolare c'è una sola componente della velocità che è la velocità tangenziale (o lineare)

$$v = \frac{ds}{dt}$$

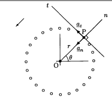


Figure 13.20 $\underline{a}_t$ and $\underline{a}_n$ are the tangential and normal components of the acceleration vector.

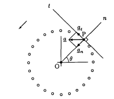


Figure 13.21 $\underline{a}$ is the resultant linear acceleration vector.

L'accelerazione risultante si calcola con l'analisi vettoriale

$$a = \sqrt{{a_t}^2 + {a_n}^2}$$

Il vettore accelerazione invece ha due componenti: una tangenziale e una normale

La componente tangenziale è data dalla variazione del modulo della velocità tangenziale nel tempo

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

Il suo verso è uguale a quella di v se v cresce, è opposto se v diminuisce

La componente normale è data dal cambiamento di direzione del vettore velocità (tangenziale)

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

Questa è anche chiamata accelerazione CENTRIPETA o RADIALE ed è sempre diretta verso il centro della circonferenza

In un moto circolare il raggio è costante:

$$v = \frac{ds}{dt} \qquad \theta = \frac{s}{r}$$

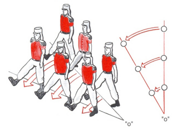
La velocità lineare (tangenziale) di un corpo in moto circolare è uguale al prodotto tra raggio e velocità angolare: punti diversi lungo il raggio hanno velocità angolari identiche ma velocità tangenziali diverse

$$v = \frac{d}{dt}(r\,\theta) = r\,\frac{d\theta}{dt}$$

$$\boxed{v = r\,\omega}$$

Per una data velocità angolare la velocità periferica aumenta con il raggio

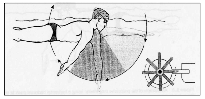
NELLE GARE DI ATLETICA SI TIENE CONTO DEL GAP A PARTIRE DALLE CORSIE Più PERIFERICHE

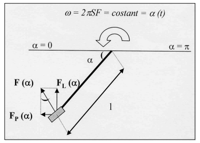


E' importante non confondere la velocità periferica con quella angolare

Corpi diversi possono avere velocità angolare uguale ma velocità periferiche diverse

Considero solo la fase di passata in acqua da 0 a π





Il modello considera il braccio come un segmento rigido che ruota a velocità angolare costante intorno alla spalla.

Il modello assume che la velocità media del nuotatore sia v, che il braccio (di lunghezza L) ruoti ad una frequenza di bracciata SF e che le due braccia siano fuori fase di 180°

la posizione angolare del braccio è α (con α che varia da 0 a π) e la velocità angolare è $\omega = \alpha\,(t) = 2\pi \times SF$

α = posizione angolare del braccio

ω = velocità angolare (costante)

SF = frequenza della bracciata

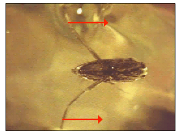
l = lunghezza del braccio (distanza media dalla spalla alla mano)

Power stroke

Direzione del movimento delle zampe

Direzione del movimento dell'insetto

Durante la fase di spinta una data massa d'acqua viene accelerata all'indietro. Per il terzo principio di Newton la forza di reazione spinge l'insetto (barca, nuotatore) verso l'avanti



Il rapporto v / v_t è proporzionale all'efficienza di propulsione:

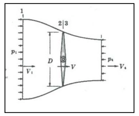
$$\eta_p = k\, v/v_t$$

k ==> movimenti laterali e verticali, resistenza nella fase di recupero (aria / acqua)

Il rapporto v / u è proporzionale all'efficienza di propulsione in tutte le macchine idrauliche

The efficiency of the propeller is

$$e = \frac{\text{power output}}{\text{power input}} = \frac{(wQ/g)(V_4 - V_1)V_1}{\frac{1}{2}(wQ/g)(V_4^2 - V_1^2)} = \frac{2V_1}{V_4 + V_1} = \frac{V_1}{V}$$



Per un propeller: $e = v_1 / v$

V_1 = water speed at inlet
(o velocità del propeller in acqua ferma)
V = water speed at outlet (cambiamenti di energia cinetica dell'acqua dovuti all'azione del propeller)
V_1 è minore di V

Per una paddle-wheel:

$e = v_1 / v$

v_1 = velocità media della barca
v = velocità tangenziale delle pale

v_1 è minore di v perché solo una frazione della potenza generata dal motore viene trasformata in movimento utile (in energia cinetica del flusso d'acqua in uscita)

Dato che: $\boxed{v = r\,\omega}$

SE R è COSTANTE (MOTO CIRCOLARE)

$$a_t = \frac{d}{dt}(r\ w) = r\,\frac{dw}{dt}$$

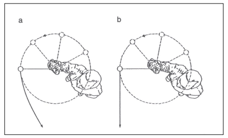
$$\boxed{a_t = r\,\alpha}$$

Per una data accelerazione angolare (α) l'accelerazione periferica aumenta con il raggio

Inoltre: $\boxed{a_n = r\,w^2}$

Per una data velocità angolare (ω) l'accelerazione centripeta aumenta con il raggio

---



La Forza Centrifuga, che viene spesso menzionata, non esiste!!!

Il fatto che un corpo che ruota tenda ad uscire dalla sua traiettoria circolare è dovuto solamente all'inerzia che esso possiede

E' la Forza Centripeta ($F = m\,a_n$) che impedisce al corpo di uscire dalla traiettoria e che lo mantiene all'interno di un moto circolare

Se questa viene a mancare la traiettoria del corpo non può che essere tangente alla circonferenza

---

Moto circolare uniforme

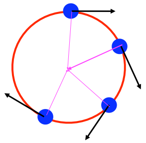
$$v = r\,\omega \qquad \text{(constant)}$$
$$a_t = 0$$
$$a_n = r\,\omega^2 \qquad \text{(constant)}$$

La velocità angolare è costante e quindi l'accelerazione TANGENZIALE è zero.
La velocità normale NO perché la velocità cambia sempre direzione

$$\omega = \omega_0 + \alpha_0\,t$$
$$\theta = \theta_0 + \omega_0\,t + \frac{1}{2}\,\alpha_0\,t^2$$
$$\theta = \theta_0 + \frac{1}{2}\,(\omega + \omega_0)\,t$$
$$\omega^2 = \omega_0{}^2 + 2\,\alpha_0\,(\theta - \theta_0)$$

Queste equazioni sono simili a quelle della cinematica lineare nel caso particolare di un'accelerazione costante

Lo zero indica la condizione di partenza



Velocità periferica, tangenziale o lineare:

$v = 2\pi R / T$

è la velocità di un punto che percorre l'intera circonferenza nel tempo T

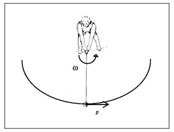
Velocità angolare:

$\omega = 2\pi / T$

il punto che percorre l'intera circonferenza nel tempo T, descrive anche un intero angolo giro (360° o 2π radianti)

$$\boxed{\begin{gathered} v = \omega R \\ f = 1 / T \\ f = \omega / 2\pi \end{gathered}}$$

T = periodo (s) ; f = frequenza (Hz)



Lancio del martello

La frequenza del movimento è di 3 Hz

La lunghezza del cavo è di 1 m
Se il moto è circolare uniforme quale è la velocità con cui parte il peso ?

$\omega = 2\pi / T$ 18.84 rad /s

$v = \omega R$ 18.84 m /s

Per migliorare la prestazione (aumentare la v di rilascio e quindi la distanza raggiunta) posso aumentare la frequenza

Sistemi MULTI LINK e gradi di libertà

Gli arti possono essere considerati come un insieme di due segmenti legati tra loro da un articolazione: ciascuno si muove di moto pendolare: il sistema è quello di un doppio pendolo

Figure 13.28 *Pendulum.*

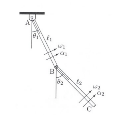


Figure 13.29 *Double pendulum.*

Il numero di parametri (coordinate INDIPENDENTI) che è necessario per definire il moto del sistema definisce i gradi di libertà del sistema

In un pendolo semplice basta 1 parametro: l'angolo θche definisce la sua posizione angolare
1 grado di libertà

in un doppio pendolo serve sapere sia θ_1 che θ_2
2 gradi di libertà

Dinamica (cinetica) angolare

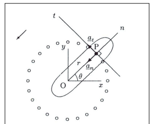


Figure 14.1 *Rotational motion.*

Due accelerazioni: due forze (risultanti) in gioco

$$\boxed{\begin{aligned} \sum F_n &= m\, a_n \\ \sum F_t &= m\, a_t \end{aligned}}$$

Le forze dirette verso il centro della circonferenza sono positive, verso l'esterno negative

Se la rotazione avviene attorno ad un asse fisso il moto può essere descritto conoscendo r e v (vel lineare)
In questo caso r = cost

$$a_n = \frac{v^2}{r} \qquad a_t = \frac{dv}{dt}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \sum F_n &= m\,\frac{v^2}{r} \\ \sum F_t &= m\,\frac{dv}{dt} \end{aligned}}$$

$v = r\,\omega$

$d\omega / dt = \alpha$

$$\boxed{\begin{aligned} \sum F_n &= m\, r\, w^2 \\ \sum F_t &= m\, r\, \alpha \end{aligned}}$$

NEL MOTO CIRCOLARE UNIFORME $a_t = 0$ e quindi $F_t = 0$

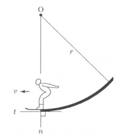


Figure 14.7 *Circular end region of a ski jump track.*

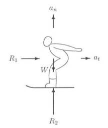


Figure 14.8 *Free-body diagram of the ski jumper before takeoff.*

Salto dal trampolino: prima dello stacco lo sciatore (70 kg) percorre un tratto di traiettoria circolare (di raggio = 50 m). La resistenza dell'aria non è trascurabile (viene decelerato con una a = 1.5 m/s²) e allo stacco ha una v_t = 20 m/s. Quali sono le forze in gioco?

senza attriti esterni v_t non cambia e quindi a_t = 0. v invece DIMINUISCE a causa del drag (che ha direzione opposta al moto)

1) $a_t = 1.5\ \mathrm{m/s^2}$

$$\sum F_t = m\,a_t : \qquad R_1 = m\,a_t$$
$$R_1 = (70)(1.5) = 105\ \mathrm{N}$$

2) $a_n = \dfrac{v^2}{r} = \dfrac{(20)^2}{50} = 8.0\ \mathrm{m/s^2}$

L'accelerazione centripeta risultante è determinata dalle forze di reazione al suolo e dalla forza di gravità

$$\sum F_n = m\,a_n : \qquad R_2 - W = m\,a_n$$
$$R_2 = W + m\,a_n = m\,g + m\,a_n$$
$$R_2 = (70)(9.8) + (70)(8.0) = 1246\ \mathrm{N}$$

Il principio di conservazione dell'energia si applica anche al moto angolare

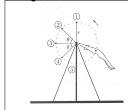


Figure 14.2 *A gymnast on the high bar.*

Un ginnasta di massa 60 kg ha il cm a distanza di 1 m dalla barra (centro di rotazione) che si muove di moto circolare (non uniforme per via della forza di gravità!!!)
la velocità al punto 1 è = 0
Calcolare la velocità lungo il tragitto circolare

$$\mathcal{E}_{P1} + \mathcal{E}_{K1} = \mathcal{E}_{P2} + \mathcal{E}_{K2}$$
$$m\,g\,h_1 + \cancel{\frac{1}{2}m\,v_1{}^2} = m\,g\,h_2 + \frac{1}{2}\,m\,v_2{}^2$$

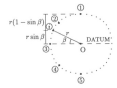


Figure 14.3 *For different β values, i represents positions 1, 2, 3, 4, and 5.*

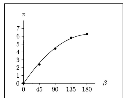


Figure 14.4 *Speed measured in m/s versus angle β in degrees.*

h = r = 1 m
h_i = r sin β

$v_i = \sqrt{2\,g\,r\,(1\text{-sen}\,\beta)}$

Se conosco v e r posso calcolare
$a_n = v^2/r = r\,\omega^2$
Se conosco a_n posso calcolare F_n

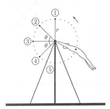


Figure 14.2 *A gymnast on the high bar.*

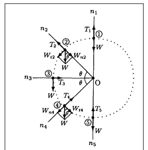


Figure 14.5 *Forces acting on the gymnast's center of gravity.*

Le forze NORMALI in gioco sono quella peso e quella esercitata dal ginnasta che hanno verso opposto

$$\sum F_n = m\,a_n$$

Al punto 1 la v è zero (quindi anche a e ΣF = zero)

$$\sum F_{n1} = 0 : \qquad W - T_1 = 0$$
$$T_1 = W = m\,g$$
$$T_1 = (60)(9.8) = 588\ \mathrm{N}$$

Nel punto 3 non c'e componente di W nella direzione radiale

$$\sum F_{n3} = m\,a_{n3} : \qquad T_3 = m\,a_{n3}$$
$$T_3 = (60)(19.62) = 1177\ \mathrm{N}$$

Nel punto 5 le due forze si sommano: tutte e 2 hanno solo la componente radiale

$\Sigma F_{n5} = m\,a_{n5}$: **$T_5 - W = ma_{n5}$**
$T_5 = mg + ma_{n5}$
T_5 = 60 x 9,8 + 60 x 39.19

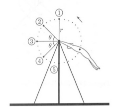


Figure 14.2 *A gymnast on the high bar.*

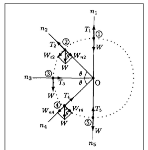


Figure 14.5 *Forces acting on the gymnast's center of gravity.*

Le forze TANGENZIALI in gioco cambiano in funzione dell'angolo perché cambia la velocità tangenziale

$\Sigma F_t = m\,a_t$

Al punto 1 la v è zero (quindi anche ΣF_t = zero)

$\Sigma F_{t1} = 0$

Nel punto 3 la forza peso è la sola componente tangenziale
(T è solo radiale e qui è orizzontale)

$\Sigma F_{t1} = W = mg$
$a_{t1} = mg / m = g$

Nel punto 5 di nuovo ΣF_t = zero: tutte e 2 hanno solo la componente radiale

$\Sigma F_{t1} = W - T = 0$

Se conosco le accelerazioni tangenziali posso calcolare
l'accelerazione angolare: $\alpha = a_t / r$ ...

Torque e accelerazione angolare

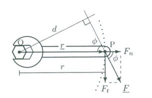


Figure 14.9 Force F applied on the wrench produces a clockwise torque about the centerline of the bolt.

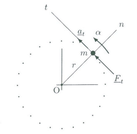


Figure 14.10 $F_t = ma_t$ and $M_o = I_o\alpha$.

Il torque è la misura della capacità di una forza di ruotare un oggetto = è uguale al momento

$$M = r\,F_t = r\,F\,\sin\phi$$

In assenza di una forza applicata l'oggetto non si muove di moto angolare /circolare ...

$$F_t = m\,a_t$$ ... dato che: $a_t = r\,\alpha$

$$\boxed{r\,F_t = (m\,r^2)\,\alpha}$$

Questo è il torque (o momento)

Questo è il momento di inerzia (I)

Questa è l'accelerazion e angolare

momento di inerzia

$$r\,F_t = (m\,r^2)\,\alpha \qquad I = m\,r^2 \qquad \boxed{\underline{M} = I\,\underline{\alpha}}$$

Questo è l'analogo rotazionale della seconda legge di Newton (F = ma)

Momento e accelerazione angolari sono vettori, il momento di inerzia è uno scalare

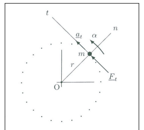


Figure 14.10 $F_t = ma_t$ and $M_o = I_o\alpha$.

Ovviamente solo una forza tangenziale può generare un momento, una forza centripeta o centrifuga (F n) ha punto di applicazione sulla linea che passa per il centro di rotazione e quindi ha braccio di leva NULLO

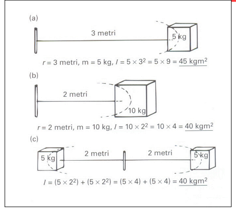
Ovviamente, per la forza tangenziale è sempre vero che il braccio è perpendicolare alla sua linea di azione

Il momento di inerzia

$$\boxed{I = m\,r^2}$$

Le unità di misura sono: kg x m^2

Le dimensioni sono: M x L^2



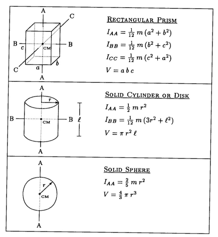
Il momento d'inerzia è una grandezza fisica scalare che caratterizza la distribuzione delle masse del sistema (un insieme di masse) rispetto ad un asse di rotazione

E' una grandezza fisica che entra in gioco quando un corpo o dei corpi ruotano intorno ad un asse

Esso rappresenta la difficoltà che si incontra a mettere in moto rotatorio un corpo e conferirgli energia cinetica

In questi esempi considero la massa dei corpi (concentrata nel loro cm) e non la loro forma

Table 14.1 *Moments of inertia of homogeneous rigid bodies with different geometries about their centroidal axes. Their volumes are also provided.*



La massa di un corpo (rigido) dipende dal volume e dalla densità del corpo

M = V x ρ

Il momento di inerzia dipende anche dalle caratteristiche geometriche del corpo, dalla sua composizione (densità) e anche dall'orientamento/distribuzione delle masse rispetto all'asse di rotazione

Ogni corpo può avere molti assi di rotazione e quindi diversi momenti d'inerzia

Disponibili tirocini, tesi triennale e specialistica

- Bioenergetica & biomeccanica del nordic walking;
- bioenergetica & biomeccanica della locomozione acquatica;
- bioenergetica & biomeccanica dell'inline skating;
- bioenergetica & biomeccanica dell'hand-cycling;
- bioenergetica & biomeccanicadel del long bed rest;
- bioenergetica & biomeccanica del trekking delle alpi;

Disponibili tirocini, tesi triennale e specialistica (2)

- costo emg della locomozione;
- review dei sistemi misura portatili dell'attività fisica e del dispendio metabolico; e
- salto in lungo da fermo con masse aggiunte e allenamento.